

Dosavadní matematika

Dosavadní matematika používá mnoho nářečí pro popis určitých oblastí skutečného nebo neskutečného světa.

Algebra

Algebra popisuje vztahy a operace mezi prvky určité množiny.

Prvky jsou třeba body, přímky, roviny nebo celý prostor či jejich vynechání z prostoru.

Základní prvky se mnohdy souhrnně označují jako vektory nebo tenzory, což ovšem často zakrývá jejich skutečný význam.

Operace (syntéza či sloučení) s prvky jsou:

- Sčítání a odčítání
- Násobení a dělení číslem
- Násobení a dělení prvků navzájem

Násobení prvků A a B , můžeme rozepsat na součet symetrické a nesymetrické/asymetrické části (tenzoru): $AB = \frac{1}{2}(AB+BA) + \frac{1}{2}(AB-BA) = \frac{1}{2}(AB+BA) - \frac{1}{2}(BA-AB)$

Symetrická část pak bývá rozepisována na součet *stopy* Tr (n je počet rozměrů prostoru = počet základních prvků) a *bezestopy/odchylkový zbytek* D : $AB = \frac{1}{n}Tr(AB) + D(AB)$

Proč ale stopa či skalární násobení? Souvisí to s poměry mezi prvky, tedy měřením či metrikou, a tudíž s jejich dělením (kontrakcí), které se dá provést pomocí spojení prvků a jejich duálů. V dnešní matematické mluvě vektorů a kovektorů jejichž násobením vznikají tenzory.

Asymetrická část násobení souvisí s rovnými geometriemi přímek, rovin atd. - odtud lineární algebra. Symetrická část zase souvisí se zakřivenými geometriemi křivek, ploch atd. - odtud nelineární algebra.

- [Tensorová algebra: Kombinační přístup k projektivní geometrii obrazců - 2004](#) (kopie) (anglicky¹)
- Hergl, Nagel
 - [Úvod do rozepsání odchylkového tenzoru ve třech rozměrech a jeho vícepólová forma - 2020](#) (anglicky²)
- Luboš Motl, Miloš Zahradník
 - [Pěstujeme lineární algebru - 1994](#)

Projektivní algebra

Projektivní algebra bodů, přímek a rovin s prvky v „nekonečnu“ a dualitou mezi body a rovinami

apod. je považována za jazyk, který zahrnuje všechny další specializované geometrie - parabolickou (Euklidovu), hyperbolickou, eliptickou apod. dané tím, které prvky jsou zachovány při jejich pohybech (transformacích).

Tuto algebru rozvíjel již Hermann Grassmann, kde se věnoval hlavně nesymetrickému kombinačnímu externímu násobení, ale uvažoval o násobení obecně a pomocí doplňku dospěl k násobení internímu symetrickému i jejich složení do jednoho násobení, což později provedl i William Kingdon Clifford a tím se kvaterniony (čtveřice) Williama Rowana Hamiltona staly součástí tzv. geometrické algebry (3D - 3 vektory) včetně jejich rozšíření jako bikvaterniony (4D - 4 body) apod.

Grassmann a pak Peano a další však pracovali s body a ne jen s jejich rozdílem (vektory).

- [Hermann Grassmann](#)
 - Mechanika podle principů nauky o rozprostření - 1877
 - německy - Die Mechanik nach den Principien der Ausdehnungslehre
 - anglický překlad - [Mechanics, according to the principles of the theory of extensions](#)
 - Nauka o rozprostření - 1862
 - německy - [Die Ausdehnungslehre](#)
 - anglický překlad - [Extension Theory - 2000](#)
 - Lineární (přímková) nauka o rozprostření - 1844/1878
 - německy - [Die lineale ausdehnungslehre - ein neuer zweig der mathematik](#)
 - anglický překlad - [A New Branch of Mathematics - 1995](#)
- [Alfred North Whitehead](#)
 - Process and reality - 1929
 - Symbolism, its meaning and effect - 1927
 - The principle of relativity with applications to physical science - 1922
 - The concept of nature - 1920
 - An enquiry concerning the principles of natural knowledge - 1919
 - The Axioms of Projective Geometry - 1906
 - 3)
 - 4)
 - A Treatise on Universal Algebra - 1898
- [Stephen Blake](#)
 - [Geometrická algebra A. N. Whiteheada - 2005](#) (anglicky⁵⁾)
- [Andrew Dawson](#)
 - Whitehead's Universal Algebra - 2008
- [Giuseppe Peano](#)
 - [Geometric calculus - according to the Ausdehnungslehre of H. Grassmann - 2000](#)
- [C. Burali-Forti](#)
 - [The Grassmann method in projective geometry - 1896](#)
 - [INTRODUCTION TO DIFFERENTIAL GEOMETRY FOLLOWING THE METHOD OF H. GRASSMANN - 1897](#)
- [Henry George Forder](#)
 - The Calculus of Extension - 1941
- [David Hestenes](#)
 - [Grassmannova vize - 1996](#) (anglicky⁶⁾)
 - Hestenes, Ziegler - Projective Geometry with Clifford Algebra - 1991
- [Lodewijk A. D. de Boer](#)
 - [O základech geometrie](#) (anglicky⁷⁾)

- [Vektorové prostory a projektivní geometrie](#) (anglicky⁸⁾)
- [Členění reálných projektivních křivek](#) (anglicky⁹)
- Renatus Ziegler
 - Projective Geometry and Line Geometry - 2012
- Andrey Sokolov
 - A key to the projective model of homogeneous metric spaces - 2014
 - Clifford algebra and the projective model of homogeneous metric spaces - Foundations - 2013
- Edward Wyllys Hyde
 - Grassmann`s Space Analysis - 1906
 - The Directional Calculus - Based Upon the Methods of Hermann Grassmann - 1890
 - Geometric Division of Non-Congruent Quantities - 1888

Geometrická algebra

Geometrická (Cliffordova) algebra používá taky podobné násobení prvků a symetrickou část násobení vektorů považuje za číslo (*stopu*). Tím se taky ochuzuje o velkou skupinu symetrických tenzorů.

Pokud bychom tuto algebru rozšířili o vynechanou symetrickou část násobení, mohli bychom dospět k určité verzi ucelenější geometrické algebry s podobnou schopností jako tenzorová algebra, ale s jasnějším geometrickým popisem.

O jisté nedokonalosti geometrického násobení Cliffordovy algebry je napsáno několik pojednání:

- [Alex Kritchevsky](#)
 - [The Case Against Geometric Algebra - 2024](#)
- Eric Lengyel¹⁰⁾
 - [Poor Foundations in Geometric Algebra - 2024](#)

Na druhou stranu poskytuje tato algebra geometrický pohled, který nepracuje jen s číselnými souřadnicemi a tím i s jejich indexy, ale pracuje s celými prvky s geometrickým významem. Symetrická část násobení je metrická, ale metrika bývá zaváděna různě podle potřeby a ne nutně podle fyzikální reality. Pak vychází při použití algebry různé výsledky.

- [Pablo Colapinto](#)
 - [Vyjádření prostoru: Geometrická algebra pro parametrický návrh - Symetrie, kinematika a zakřivení - 2016](#) (anglicky¹¹⁾)
- [Hongbo Li](#)
 - [Trojrozměrná projektivní geometrie pomocí geometrické algebry - 2015](#) (anglicky¹²⁾)
- [Leo Dorst](#)
 - Projective duality encodes complementary orientations in geometric algebras - 2023¹³⁾
 - [3D orientovaná projektivní geometrie pomocí verzorů \$R\(3,3\)\$ - 2015](#) (anglicky¹⁴⁾)
- [Charles Gunn](#)
 - [Geometrické algebry pro Euclidovské geometrie](#) (anglicky¹⁵⁾)
 - [O homogenním modelu Euclidovské geometrie](#) (anglicky¹⁶⁾)
 - [Geometrie, kinematika a mechanika pevného tělesa v Cayley-Klein geometriích](#) (anglicky¹⁷⁾)
- [Eduardo A. Notte-Cuello, Waldyr A. Rodrigues](#)

- [Diferenciální struktura hyperbolické Cliffordovy algebry \(anglicky^{18\)}\)](#)
- [Oliver Conradt](#)
 - [Projective Algebra \$\Lambda_n\$](#)
 - [Princip duality v Cliffordově algebře a projektivní geometrii \(anglicky^{19\)}\)](#)
- [Eric Lengyel](#)
 - [Projective Geometric Algebra](#)
 - [Geometry and Motion in Projective Exterior and Geometric Algebras - 2024](#)
 - [Foundations of Projective Geometric Algebra - 2024](#)
 - [Grassmannova algebra ve vývoji her \(anglicky^{20\)}\)](#)
 - [Základy Grassmannovy algebry \(anglicky^{21\)}\)](#)
- [Ivan Avramidi](#)
 - [Poznámky o diferenciálních formách - 2003 \(anglicky^{22\)}\)](#)
- [Barnabei, Brini, Rota](#)
 - [O vnějším počtu invariantní teorie \(anglicky^{23\)}\)](#)
- [Brini, Regonati](#)
 - [Whitneyho algebry a Grassmannovy regresivní součiny \(anglicky^{24\)}\)](#)

Tenzorová algebra

Tenzorová algebra má nejvolnější násobení prvků. Obsahuje tedy všechny ostatní, algebry ale zároveň bývá prezentována pomocí indexového zápisu, kde se ztrácí geometrický význam.

- [Edwin Bidwell Wilson](#)
 - [Vektorová analýza - Učebnice pro studenty matematiky a fyziky, založená na přednáškách Josiaha Willarda Gibbse - 1913 \(anglicky^{25\)}\)](#)
- [Josiah Willard Gibbs](#)
 - [Vědecké spisy - 1906 \(anglicky^{26\)}\)](#)
 - [I - Termodynamika^{27\) 28\)}](#)
 - [II - Dynamika, Vektorová analýza a Vícenásobná algebra, Elektromagnetická teorie světla atd.^{29\) 30\)}](#)
 - [Prvky vektorové analýzy - 1884 \(anglicky^{31\)}\)](#)

Dělitelná algebra

Pokud $B = CA$ pak $C = \frac{B}{A}$. Proto C vyjadřuje pohyb (transformaci) z A do B a pokud je A i B stejného druhu, pak je C poměrem (ratio, quotient) mezi nimi a chová se „jako číslo“, což je něco jiného než násobení, které mění druh.

Pokud je A, B bod, pak C je posun ve směru od A do B .

Pokud je A, B vektor, pak C je otočení ve směru od A do B .

Z tohoto důvodu vypadá dělení jako významnější či důležitější jako násobení.

- [Division and new multiplication between vectors - 2023](#)
- [Edward Wyllys Hyde](#)

- Geometric Division of Non-Congruent Quantities - 1888

Infinitezimální (diferenciální a integrální) algebra

Dnešní fyzika ráda popisuje přírodu pomocí tak zvaných polí (fields), což je přístup, který každému bodu v prostoru a čase přiřadí určitou vlastnost, fyzikální veličinu, například rychlost proudění, a pak sestaví částečné diferenciální rovnice (partial differential equations - PDE) popisující proměnu tohoto pole v prostoru a čase.

Viz například [popis proudění tekutin](#).

Tento popis ale často opomíjí, v jakém prostředí fyzikální veličiny existují. Zda jsou v objemu, ploše, přímce, bodě, okamžiku, delším čase apod. To je důsledek postupného smršťování původních oblastí veličiny na bod při limitním přechodu derivate.

Diferenciální formy a algebry jako geometrická apod. se snaží to napravit tím, že rozlišují veličiny objemové, plošné apod.

Diskrétní algebra

Jako lidé vnímáme přírodu neúplně a tak její vnitřní řád (popsaný třeba diferenciálními rovnicemi) naše smysly pojmu jen částečně a místo vnímání v každém tady a teď, tedy v bodě prostoru a času, vnímáme v prostorové oblasti a úseky času. Očima například vidíme obrazy třeba 25 krát za sekundu apod. To samé platí pak pro naše měření přírody. Vždy naměříme něco přibližně zprůměrované a s určitou nepřesností (chybou). Kdybychom byli schopni zpřesňovat naše vnímání a vnímat i jemné podrobnosti v menších objemech a časových úsecích a kdybychom postupně tyto úseky zkracovali do nejmenších (infinitezimálních), tak bychom došli k onomu popisu a vjemu popsanému diferenciálními rovnicemi.

Další přístup je vyjít z naší nedokonalosti a postupně se zdokonalovat, což je vývoj k uvědomění. V takovém případě bychom spíš použili přibližný popis, který je možné zpřesňovat. K tomu nám pak může posloužit diskrétní algebra.

- [Enzo Tonti](#)
 - [Why starting from differential equations for computational physics? - 2013](#) (kopie)
 -)
 - [The Mathematical Structure of Classical and Relativistic Physics - 2013](#) (kopie)
 -)
 - [On the geometrical structure of electromagnetism - 1999](#) (kopie)
 -)
- Discrete Exterior Calculus
 - [2005](#) (kopie)
 -)
 - Anil N. Hirani - 2003 (kopie)

1)

Tensor Algebra: A Combinatorial Approach to the Projective Geometry of Figures

2)

AN INTRODUCTION TO THE DEVIATORIC TENSOR DECOMPOSITION IN THREE DIMENSIONS AND ITS MULTIPOLE REPRESENTATION

3)

<https://archive.org/details/axiomsofprojecti00whituoft/page/4/mode/2up>

4)

<https://archive.org/details/404479/page/n9/mode/2up>

5)

[A. N. Whitehead's Geometric Algebra](#)

6)

Grassmann Vision

7)

On the Fundamentals of Geometry

8)

Vector spaces and projective geometry

9)

Classification of real projective Pathcurves

10)

viz níže jeho pojednání o geometrické algebře

11)

Articulating Space: Geometric Algebra for Parametric Design – Symmetry, Kinematics, and Curvature

12)

Three-Dimensional Projective Geometry with Geometric Algebra

13)

https://www.researchgate.net/publication/376034132_Projective_duality_encodes_complementary_orientations_in_geometric_algebras

14)

3D Oriented Projective Geometry Through Versors of $R(3,3)$

15)

Geometric Algebras for Euclidean Geometry

16)

On the Homogeneous Model Of Euclidean Geometry

17)

Geometry, Kinematics, and Rigid Body Mechanics in Cayley-Klein Geometries

18)

Differential Structure of the Hyperbolic Clifford Algebra

19)

The Principle of Duality in Clifford Algebra and Projective Geometry

20)

Grassmann Algebra in Game Development

21)

Fundamentals of Grassmann Algebra

22)

Notes on Differential Forms

23)

On the Exterior Calculus of Invariant Theory

24)

Whitney algebras and Grassmann's regressive products

25)

Vector Analysis - A text-book for the use of students of mathematics and physics, founded upon the lectures of Josiah Willard Gibbs

26)

Scientific Papers

27)

přepis

28)

Thermodynamics

29)

přepis

30)

Dynamics, Vector Analysis and Multiple Algebra, Electromagnetic Theory of Light etc.

31)

Elements of Vector Analysis

From:

<https://duhovnipodpora.vzestup.net/> - **Duchovní podpora**

Permanent link:

<https://duhovnipodpora.vzestup.net/projekty/veda/inspirace/matematika/start?rev=1764960810>Last update: **05.12.2025 19:53**